8.1 Ejercicios Las respuestas a los problemas impares seleccionados comienzan en la página RESP-20.

En los problemas 1 a 16, trace el ángulo indicado en la posición normal. Tenga en cuenta que cuando no hay símbolo de grados (°) en una medida angular, quiere decir que el ángulo está expresado en radianes.

1. $60°$
2. $-120°$
3. $135°$
4. $150°$
5. $1\ 140°$
6. $-315°$
7. $-240°$
8. $-210°$
9. $\frac{\pi}{3}$
10. $\frac{5\pi}{4}$
11. $\frac{7\pi}{6}$
12. $-\frac{2\pi}{3}$
13. $-\frac{\pi}{6}$
14. -3π
15. 3
16. 4

En los problemas 17 a 20, exprese el ángulo dado en notación decimal.

17. $10°39'17''$
18. $143°7'2''$
19. $5°10'$
20. $10°25'$

En los problemas 21 a 24, exprese el ángulo dado en términos de grados, minutos y segundos.

21. $210.78°$
22. $15.45°$
23. $30.81°$
24. $110.5°$

En los problemas 25 a 32, convierta los grados en radianes.

25. $10°$
26. $15°$
27. $45°$
28. $215°$
29. $270°$
30. $-120°$
31. $-230°$
32. $540°$

En los problemas 33 a 40, convierta los radianes en grados.

33. $\frac{2\pi}{9}$
34. $\frac{11\pi}{6}$
35. $\frac{2\pi}{3}$
36. $\frac{5\pi}{12}$
37. $\frac{5\pi}{4}$
38. 7π
39. 3.1
40. 12

En los problemas 41 a 44, calcule el ángulo coterminal de cada ángulo indicado ***a)*** entre 0° y 360°, y ***b)*** entre −360° y 0°.

41. $875°$
42. $400°$
43. $-610°$
44. $-150°$

45. Encuentre el ángulo entre $-360°$ y $0°$ que es coterminal con el ángulo del problema 41.

46. Encuentre el ángulo entre $-360°$ y $0°$ que es coterminal con el ángulo del problema 43.

En los problemas 47 a 52, calcule el ángulo coterminal de cada ángulo indicado ***a***) entre 0 y 2π radianes, y ***b***) entre -2π y 0 radianes.

47. $-\frac{9\pi}{4}$

48. $\frac{17\pi}{2}$

49. 5.3π

50. $-\frac{9\pi}{5}$

51. -4

52. 7.5

53. Encuentre el ángulo entre -2π y 0 radianes que es coterminal con el ángulo del problema 47.

54. Encuentre el ángulo entre -2π y 0 radianes que es coterminal con el ángulo del problema 49.

En los problemas 55 a 62, calcule un ángulo que sea ***a***) complementario y ***b***) suplementario del ángulo indicado, o diga por qué no puede calcularse ese ángulo.

55. $48.25°$

56. $93°$

57. $98.4°$

58. $63.08°$

59. $\frac{\pi}{4}$

60. $\frac{\pi}{6}$

61. $\frac{2\pi}{3}$

62. $\frac{5\pi}{6}$

63. Calcule las medidas, en grados y en radianes, del ángulo formado por ***a***) tres quintas partes de una rotación en sentido contrario al de las manecillas del reloj, y ***b***) cinco y un octavo rotaciones en el sentido de las manecillas del reloj.

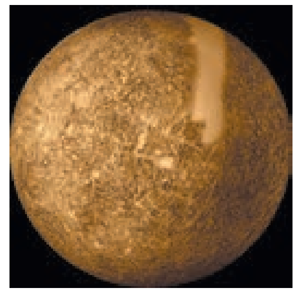
64. Calcule las medidas, en grados y en radianes, del ángulo obtuso formado por las manecillas de un reloj ***a***) a las 8:00, ***b***) a la 1:00 y ***c***) a las 7:30.

65. Calcule las medidas, en grados y en radianes, del ángulo que recorre la manecilla de las horas de un reloj en 2 horas.

66. Conteste la pregunta del problema 65 del minutero.

67. La Tierra gira sobre su eje una vez cada 24 horas. ¿Cuánto tarda en girar un ángulo de ***a***) $240°$ y ***b***) $\pi/6$ radianes?

68. El planeta Mercurio completa una rotación sobre su eje cada 59 días. ¿Qué ángulo (medido en grados) gira en ***a***) 1 día terrestre, ***b***) 1 hora y ***c***) 1 minuto?



Planeta Mercurio del problema 68

69. Calcule la longitud del arco abarcada por un ángulo central de 3 radianes, en un círculo de ***a***) radio 3 y ***b***) radio 5.

70. Calcule la longitud del arco abarcado por un ángulo central de $30°$ en un círculo de ***a***) radio 2 y ***b***) radio 4.

71. Calcule el ángulo central θ en un círculo de radio 5, si θ subtiende un arco de longitud de 7.5. Exprese θ en ***a***) radianes y ***b***) grados.

72. Calcule el ángulo central θ en un círculo de radio 1 si θ subtiende un arco de $\pi/3$ de longitud. Exprese θ en ***a***) radianes y ***b***) grados.

73. Demuestre que el área A de un sector formado por un ángulo central de θ radianes en un círculo de radio r es $A = \frac{1}{2}r^2\theta$. [*Pista:* use la propiedad geométrica de proporcionalidad: la relación del área A de un sector circular entre el área total πr^2 del círculo es igual a la relación del ángulo central θ entre el ángulo de una revolución completa, 2π].

74. ¿Cuál es el área de la banda circular roja de la **FIGURA 8.1.11**, si θ se expresa ***a***) en radianes y ***b***) en grados? [*Pista:* use el resultado del problema 73].

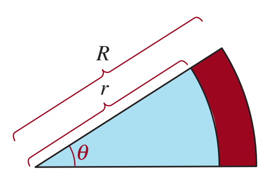


FIGURA 8.1.11 Banda circular del problema 74

75. Velocidad angular y lineal Si dividimos (7) por el tiempo t, obtenemos la relación $v = r\omega$, donde $v = s/t$ se llama **velocidad lineal** de un punto en la circunferencia de un círculo y $\omega = \theta/t$ se llama **velocidad angular** del punto. Un satélite de telecomunicaciones se coloca en una órbita geosincrónica circular a 37 786 km por encima de la superficie de la Tierra. El tiempo que tarda el satélite en realizar una revolución completa alrededor de la Tierra es de 23 horas, 56 minutos, 4 segundos y el radio de la Tierra es de 6 378 km. Vea la **FIGURA 8.1.12**.

a) ¿Cuál es la velocidad angular del satélite en rad/s?

b) ¿Cuál es la velocidad lineal del satélite en km/s?

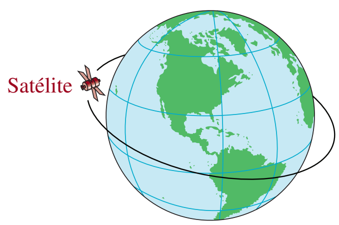


FIGURA 8.1.12 Satélite del problema 75

76. Péndulo de reloj Un péndulo de reloj tiene 1.3 m de longitud, y oscila describiendo un arco de 15 cm. Calcule ***a***) el ángulo central y ***b***) el área del sector que barre el péndulo en una oscilación. [*Pista:* para contestar el inciso ***b***), use el resultado del problema 61].

Aplicaciones diversas

77. Navegación marítima Una milla náutica, o milla marina, se define como la longitud del arco abarcado, en la superficie de la Tierra, por un ángulo central que mide 1 minuto. Si el diámetro de la Tierra es de 7 927 millas terrestres, calcule cuántas millas terrestres hay en una milla náutica.

*
78. Circunferencia de la Tierra Alrededor de 230 a.C., Eratóstenes calculó la circunferencia de la Tierra con las siguientes observaciones. A mediodía del día más largo del año, el Sol estaba directamente arriba de Siene (ahora Aswan), mientras que estaba inclinado 7.2° de la vertical en Alejandría. Creía que las dos ciudades estaban en el mismo meridiano, y supuso que los rayos del Sol son paralelos. Así, llegó a la conclusión que el arco de Siene a Alejandría era subtendido por un ángulo central de 7.2°. Vea la **FIGURA 8.1.13**. En esos días, la distancia medida de Siene a Alejandría era de 5 000 estadios. Si un estadio equivale a 559 pies, calcule la circunferencia de la Tierra en ***a***) estadios y ***b***) millas. Demuestre que los datos de Eratóstenes llegan a un resultado dentro de 7% del valor correcto, si el diámetro de la Tierra, con aproximación de cientos de millas, es de 7 900 millas.

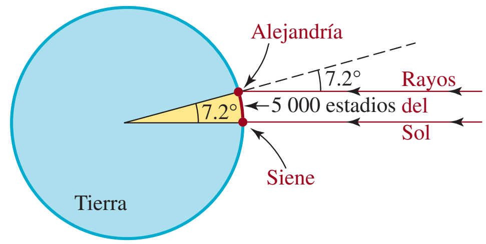


FIGURA 8.1.13 La Tierra del problema 78

79. Movimiento circular de un yoyo Un yoyo se hace girar en torno a un círculo en el extremo de su cordón de 100 cm. ***a***) Si hace 6 revoluciones en 4 segundos, calcule su rapidez de giro (es la magnitud de su **velocidad angular**), en radianes por segundo. ***b***) Calcule la rapidez lineal (es la magnitud de su **velocidad lineal**) a la que viaja el yoyo, en centímetros por segundo.

Yoyo de los problemas 79 y 80

80. Más yoyos Si hay un nudo en el cordón del yoyo del problema 68, a 40 cm del yoyo, calcule ***a***) la rapidez angular del nudo y ***b***) la rapidez lineal.

81. Movimiento circular de un neumático Si un automóvil con neumáticos de 26 pulgadas de diámetro viaja a 55 millas por hora, calcule ***a***) la cantidad de revoluciones por minuto de sus neumáticos y ***b***) la rapidez angular de los neumáticos, en radianes por minuto.

82. Diámetro de la Luna La distancia promedio de la Tierra a la Luna según NASA es de 238 855 millas. Si el ángulo subtendido por la Luna a los ojos de un observador en la Tierra es de 0.52°, ¿cuánto mide aproximadamente el diámetro de la Luna? La **FIGURA 8.1.14** no es a escala.

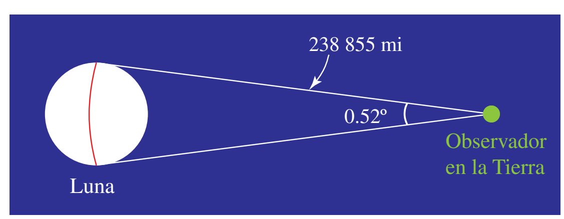


FIGURA 8.1.14 El arco rojo representa el diámetro aproximado de la Luna